

Übungsaufgaben MfP4 WS 2010/11

ME2.1

- Die **Spur** ("trace") einer quadratischen Matrix ist die Summe der Diagonalelemente. Berechnen Sie:

$$\text{Spur} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -5 & 5 \\ -5 & 4 & -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Spur} \begin{pmatrix} 3 & -4 & -3 & 4 - 4i \\ 4 - 3i & 3 - 3i & -2 + 3i & -1 + 2i \\ -3i & -2 + 2i & 4i & 2 - 2i \\ 2 + 4i & -1 + 4i & 5 - i & 1 + 3i \end{pmatrix}$$

$$\text{Spur} (\alpha E_N)$$

ME2.2

- Die Spur eines Produkts von zwei Matrizen hängt nicht von ihrer Reihenfolge ab:
 $\text{Spur}(A B) = \text{Spur}(B A)$.
Beweisen Sie diese Aussage für 2×2 -Matrizen !
 - Die berühmte Heisenberg'sche Vertauschungsrelation lautet:
 $[Q, P] = i\hbar$, wobei Q der Ortsoperator ist und P der Impulsoperator.
Zeigen Sie, dass eine Gleichung der Form
 $[Q, P] = i\hbar E_N$ nicht durch quadratische $N \times N$ -Matrizen P, Q erfüllt werden kann !
-

ME2.3

- Sei A eine Matrix. Das Matrixelement in der i-ten Zeile und der j-ten Spalte nennt man A_{ij} , z.B.

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

- Formulieren Sie die Definitionen von Matrixprodukt und Spur mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Eine Matrix a mit nur einer Spalte heißt ein Spaltenvektor, oder, kurz, Vektor. Seine Elemente (Komponenten) bezeichnet man als $a_{i1}=a_i, i=1,\dots,N$. Das Produkt Matrix mal Vektor ergibt einen Vektor. Formulieren Sie dieses Produkt mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Eine Matrix b mit nur einer Zeile heißt ein Zeilenvektor, oder Kovektor. Seine Elemente (Komponenten) bezeichnet man als $b_{1j}=b_j, j=1,\dots,N$. Das Produkt Kovektor mal Matrix ergibt einen Kovektor. Formulieren Sie dieses Produkt mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Das Produkt Kovektor mal Vektor ergibt eine 1×1 -Matrix, also eine Zahl. Formulieren Sie dieses Produkt mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Das Produkt Vektor mal Kovektor ergibt eine $N\times N$ -Matrix. Formulieren Sie dieses Produkt mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Das Produkt Kovektor mal Matrix mal Vektor ergibt eine 1×1 -Matrix, also eine Zahl. Formulieren Sie dieses Produkt mit Hilfe der A_{ij} – Schreibweise !
- Diese Aufgabe ist eine gewisse Vorbereitung auf die Schreibweise mit "kets" und "bras", die aber noch einige Besonderheiten aufweist. Davon später...